

## 【補助事業概要の広報資料】

補助事業番号 27-186

補助事業名 平成27年度 伝達関数モデルを用いた回転軸系のオンラインクラック検知法の開発補助事業

補助事業者名 名古屋大学 井上研究室 安藝雅彦

### 1 研究の概要

回転軸はタービン、発電機、各種工作機械など広範囲にわたって用いられる重要な機械要素である。回転機械にクラック（亀裂）が発生すると、最初のごく小さいものでも疲労により徐々に進行し、発見が遅ければ軸は破断し重大な事故につながる可能性がある。長期間運転する回転機械では、疲労によるクラック発生は宿命である。

ロータの力学・振動学的観点によるクラック位置と深さまで考慮したクラック検出は行われていない。現在は信号処理の研究が主流であり、力学・振動学的観点を用いたクラック検出の研究は無い。クラックの早期検出のために、クラックを有する回転軸の振動特性についてここ30年ほど研究されてきた。近年では有限要素法を用いた詳細な研究も盛んに行われているが、国内外のクラック軸の振動に関する研究のほとんどは基礎研究の段階であり、実際のクラック発生状況を対象としたものは非常に少ない。

力学・振動学的観点に基づいたクラックを含む回転軸系の係数励振モデルを元に計算が容易な伝達関数モデルを構築し、これを元にしたしきい値設定することでオンラインクラック検知の有効な手法になる。そこで本申請事業は、クラックおよび軸受剛性の異方性により派生する高次の微小項をオーダー評価し、オープンクラックと支持剛性の異方性の相互作用を考慮したロータ系の伝達関数を導出する。そして導出した伝達関数を用い、オープンクラックと軸受剛性の異方性の相互作用により発生する共振現象の特性を明らかにする。

### 2 研究の目的と背景

回転機械を長期間稼働させると、回転軸に作用する繰返し応力による金属疲労により、回転軸にクラックが発生する可能性がある。回転軸にクラックが発生すると、最初のごく小さいものでも疲労により徐々に進行し、発見が遅ければ軸は破断し重大な事故につながる可能性がある。そのため、クラックをいち早く検出することが重要である(豊田, 1991)。

クラックの早期検出のため、これまでクラックを有する回転軸の振動特性からクラックを検出しようとする研究が行われてきた。Bahschmidらは、クラックの位置や深さを検出する方法を提案した。著者らは、クラック検知のためにオープンクラック軸の簡易かつ定量的解析が可能なモデルを用いた解析を実施し(永田他, 2012a)(永田他, 2012b)、クラックに起因する副共振を利用することでクラックの発生位置を予測するクラック検知法を提案した。さらには、近年ではマルチボディダイナミクス(MBD)を用いた詳細な動的モデルを元にブリージングクラックを対象にした研究も行われ始めている。

ロータダイナミクスの研究分野に、様々なロータ系の伝達関数表現の導出がある。Lee は、偏平性を有する等方性支持のロータモデルおよび支持剛性に異方性を持つ円形断面のロータモデルを用い、それらの伝達関数を導出している。そして、この伝達関数を用いて得られた計算結果と実験との比較によりその妥当性を確認している。さらに Lee らは、大きな偏平性とわずかな支持剛性の異方性の双方を有するロータ系に対して、支持剛性の異方性と軸の偏平性が互いに相互作用を及ぼさないという仮定をおき、単純ロータモデルを用いた伝達関数の導出を行い、実験により異方性と偏平性の双方のパラメータ同定を行っている。さらに偏平性を有する軸部分の位置検出も行っている。オープンクラックは弱い偏平性とみなすことができるので、この伝達関数を導出して活用すれば計算に数値積分を用いる必要が無く計算負荷を低減できることから、クラック検知にも有効な手法であるといえる。

しかし Lee らが導出したこれらの伝達関数においては、「支持剛性の異方性と軸の偏平性が互いに相互作用を及ぼさない」という仮定がなされているが、この仮定は支持剛性が等方性に近く軸の偏平性の影響が支持剛性の異方性の影響に比べて主要である場合に成立するものである。オープンクラックは一般的に弱い偏平性と見なされその軸振動に与える影響は小さい場合が多く、このとき、クラックによる影響の大きさは、支持剛性の異方性により現れる影響の大きさと同程度のオーダーになる。したがって、オープンクラックの伝達関数を導出するためには、クラックによる偏平性と軸受剛性の異方性の相互作用の影響を考慮する必要性が生じる。このような相互作用の影響を考慮する場合の伝達関数については未だ検討されていない。

本報では、クラックおよび軸受剛性の異方性により派生する高次の微小項をオーダー評価し、オープンクラックと支持剛性の異方性の相互作用を考慮したロータ系の伝達関数を導出する。そして導出した伝達関数を用い、オープンクラックと軸受剛性の異方性の相互作用により発生する共振現象の特性を明らかにする。

### 3 研究内容：伝達関数モデルを用いた回転軸系のオンラインクラック検知法の開発

#### (1) 運動方程式

質量のない弾性軸にオープンクラックが入った回転軸の中央付近に円板を取り付け、両側を玉軸受で水平支持した系を考える。Fig. 1 に理論モデルを示す。加振力は円板に加える。この支持剛性に異方性を有するオープンクラック軸の運動方程式を示す。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & i_p \omega \\ -i_p \omega & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Delta k_b & 0 \\ 0 & \Delta k_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \\ + \Delta k_c \begin{bmatrix} \cos 2\omega t & \sin 2\omega t \\ \sin 2\omega t & -\cos 2\omega t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\omega$  は軸の角速度であり、 $m$  はロータ質量、 $c$  はロータの減衰係数、 $k$  はロータのばね定数、 $i_p$  は円板のジャイロモーメントの寄与を表すパラメータ、 $f_x$  と  $f_y$  はそれぞれ  $x$  方向と  $y$  方向の外力を表す。 $\Delta k_b$  は軸受の支持剛性に起因するばね定数の異方差、 $\Delta k_c$  はロータのクラックに起因するばね定数の変化量を表す。

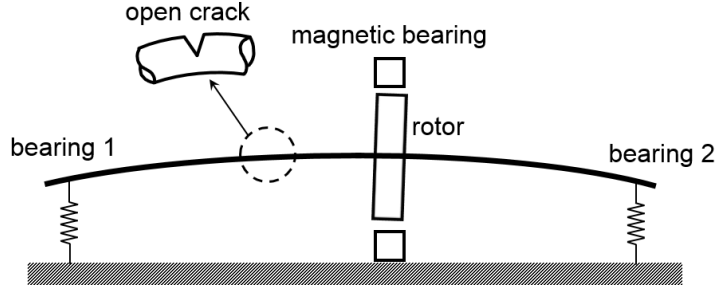


Fig. 1 Simple rotor model with an open crack

## (2) 伝達関数の導出

式(2)は、異方性およびクラックの影響を考慮した式となっている。式(2)において考慮した外力に対応する  $z$ ,  $\bar{z}$ ,  $e^{j2\omega t}\bar{z}$ ,  $e^{-j2\omega t}z$ ,  $e^{j2\omega t}z$  のふれまわり成分のみを考慮し、それ以外の派生項を省略することにより次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{z} + (c - j i_p \omega)\dot{z} + kz + \varepsilon \Delta k_b \bar{z} + \varepsilon \Delta k_c e^{j2\omega t} \bar{z} &= g \\ m\ddot{\bar{z}} + (c + j i_p \omega)\dot{\bar{z}} + k\bar{z} + \varepsilon \Delta k_b z + \varepsilon \Delta k_c e^{-j2\omega t} z &= \bar{g} \\ m e^{j2\omega t} \ddot{\bar{z}} + (c + j i_p \omega) e^{j2\omega t} \dot{\bar{z}} + k e^{j2\omega t} \bar{z} + \varepsilon \Delta k_b e^{j2\omega t} z + \varepsilon \Delta k_c z &= e^{j2\omega t} \bar{g} \\ m e^{-j2\omega t} \ddot{z} + (c - j i_p \omega) e^{-j2\omega t} \dot{z} + k e^{-j2\omega t} z + \varepsilon \Delta k_b \bar{z} &= e^{-j2\omega t} g \\ m e^{j2\omega t} \ddot{z} + (c - j i_p \omega) e^{j2\omega t} \dot{z} + k e^{j2\omega t} z + \varepsilon \Delta k_b e^{j2\omega t} \bar{z} &= e^{j2\omega t} g \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

この式(2)を用いて伝達関数を導出する。なお、これ以降では記号  $\varepsilon$  は省略する。考慮する5つのふれまわり振幅とふれまわり外力について、記号  $z_\Omega$ ,  $z_{-\Omega}$ ,  $z_{2\omega-\Omega}$ ,  $z_{2\omega+\Omega}$ ,  $z_{-2\omega+\Omega}$  と  $g_\Omega$ ,  $g_{-\Omega}$ ,  $g_{2\omega-\Omega}$ ,  $g_{2\omega+\Omega}$ ,  $g_{-2\omega+\Omega}$  を導入する。右下の添え字はふれまわり運動成分を表す。式(2)をラプラス変換し、これらの記号を用いて行列形式にまとめると次式を得る。なお、各変数のラプラス変換は大文字で表記し、ふれまわり振幅とふれまわり外力はそれぞれ  $Z_\Omega(s)$ ,  $Z_{-\Omega}(s)$ ,  $Z_{2\omega-\Omega}(s)$ ,  $Z_{2\omega+\Omega}(s)$ ,  $Z_{-2\omega+\Omega}(s)$  と  $G_\Omega(s)$ ,  $G_{-\Omega}(s)$ ,  $G_{2\omega-\Omega}(s)$ ,  $G_{2\omega+\Omega}(s)$ ,  $G_{-2\omega+\Omega}(s)$  で表す。

$$\mathbf{D} \begin{Bmatrix} Z_\Omega(s) \\ Z_{-\Omega}(s) \\ Z_{2\omega-\Omega}(s) \\ Z_{2\omega+\Omega}(s) \\ Z_{-2\omega+\Omega}(s) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} G_\Omega(s) \\ G_{-\Omega}(s) \\ G_{2\omega-\Omega}(s) \\ G_{2\omega+\Omega}(s) \\ G_{-2\omega+\Omega}(s) \end{Bmatrix} \quad (3)$$

伝達関数表現を用い、伝達関数  $H_{11}$ ,  $H_{12}$ ,  $H_{13}$ ,  $H_{14}$ ,  $H_{15}$  の周波数応答を示す。ここで係数行列  $\mathbf{D}$  は式(3)で表され、この式(3)の逆行列をとると次式となる。

$$\mathbf{H}(s) = \begin{bmatrix} \frac{H_{11}}{H_D} & \frac{D_4\Delta k_b^3 - D_3D_4D_5\Delta k_b}{H_D} \\ \frac{D_4\Delta k_b^3 - D_3D_4D_5\Delta k_b}{H_D} & \frac{H_{22}}{H_D} \\ \frac{D_5\Delta k_c^3 - D_2D_4D_5\Delta k_c}{H_D} & \frac{D_4D_5\Delta k_b\Delta k_c}{H_D} \\ \frac{-\Delta k_b^3\Delta k_c + D_3D_5\Delta k_b\Delta k_c}{H_D} & \frac{H_{24}}{H_D} \\ \frac{-\Delta k_c^3\Delta k_b + D_2D_4\Delta k_b\Delta k_c}{H_D} & \frac{-D_4\Delta k_b^2\Delta k_c}{H_D} \\ \frac{D_5\Delta k_c^3 - D_2D_4D_5\Delta k_c}{H_D} & \frac{-\Delta k_b^3\Delta k_c + D_3D_5\Delta k_b\Delta k_c}{H_D} & \frac{-\Delta k_c^3\Delta k_b + D_2D_4\Delta k_b\Delta k_c}{H_D} \\ \frac{D_4D_5\Delta k_b\Delta k_c}{H_D} & \frac{H_{24}}{H_D} & \frac{-D_4\Delta k_b^2\Delta k_c}{H_D} \\ \frac{H_{33}}{H_D} & \frac{-D_5\Delta k_c^2\Delta k_b}{H_D} & H_{35} \\ \frac{-D_5\Delta k_c^2\Delta k_b}{H_D} & \frac{H_{44}}{H_D} & \frac{\Delta k_c^2\Delta k_b^2}{H_D} \\ \frac{H_{35}}{H_D} & \frac{\Delta k_c^2\Delta k_b^2}{H_D} & \frac{H_{55}}{H_D} \\ \frac{H_{35}}{H_D} & \frac{\Delta k_c^2\Delta k_b^2}{H_D} & \frac{H_{55}}{H_D} \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここに

$$\begin{aligned}
H_D &= D_4\Delta k_b^4 + D_5\Delta k_c^4 + D_1\Delta k_b^2\Delta k_c^2 \\
&\quad - (D_1D_2D_4 + D_3D_4D_5)\Delta k_b^2 - (D_1D_3D_5 + D_2D_4D_5)\Delta k_c^2 + D_1D_2D_3D_4D_5 \\
H_{11} &= \Delta k_b^2\Delta k_c^2 - D_2D_4\Delta k_b^2 - D_3D_5\Delta k_c^2 - D_2D_3D_4D_5 \\
H_{22} &= -D_1D_4\Delta k_b^2 - D_4D_5\Delta k_c^2 + D_1D_3D_4D_5 \\
H_{33} &= -D_4D_5\Delta k_b^2 - D_1D_5\Delta k_c^2 + D_1D_2D_4D_5 \\
H_{44} &= \Delta k_b^4 - D_3D_5\Delta k_b^2 - D_1D_2\Delta k_b^2 - D_2D_5\Delta k_c^2 + D_1D_2D_3D_5 \\
H_{55} &= \Delta k_c^4 - D_3D_4\Delta k_b^2 - D_1D_3\Delta k_c^2 - D_2D_4\Delta k_c^2 + D_1D_2D_3D_4 \\
H_{24} &= D_5\Delta k_c^3 + D_1\Delta k_b^2\Delta k_c - D_1D_3D_5\Delta k_c \\
H_{35} &= D_4\Delta k_b^3 + D_1\Delta k_c^2\Delta k_b - D_1D_2D_4\Delta k_b
\end{aligned} \quad (5)$$

である。回転速度  $\omega=1000\text{rpm}$  の定格運転条件において、Fig. 2 に伝達関数  $H_{11}$  を、Fig. 3 に伝達関数  $H_{12}$  を、Fig. 4 に伝達関数  $H_{13}$  を、Fig. 5 に伝達関数  $H_{14}$  の周波数応答を、Fig. 6 に伝達関数  $H_{15}$  の周波数応答を示す。

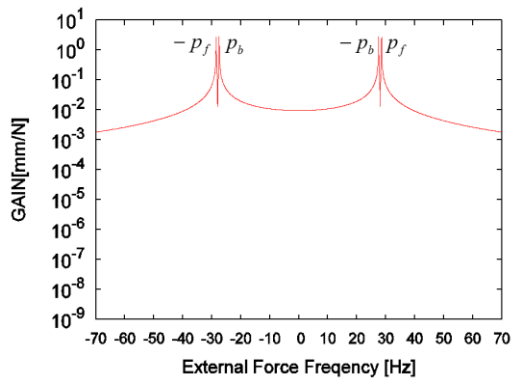


Fig. 2 Transfer function  $H_{11}$  ( $\omega=1000\text{rpm}$ )

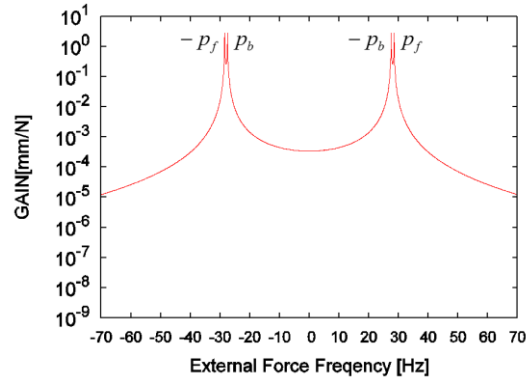


Fig. 3 Transfer function  $H_{12}$  ( $\omega=1000\text{rpm}$ )

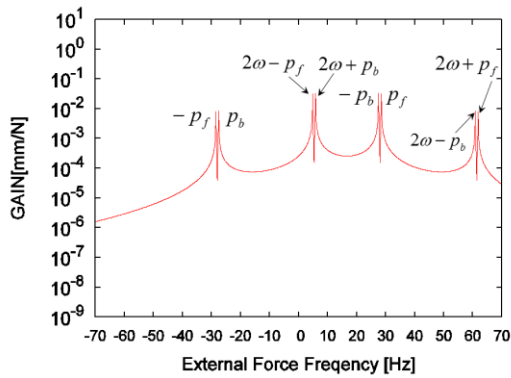


Fig. 4 Transfer function  $H_{13}$  ( $\omega=1000\text{rpm}$ )

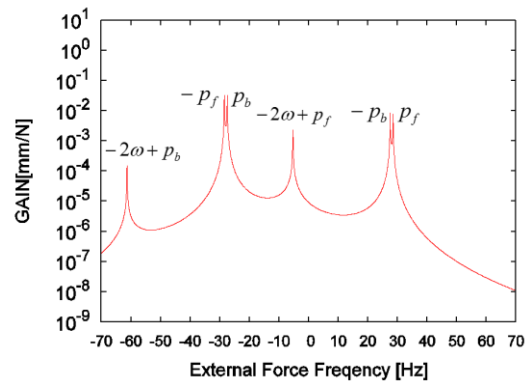


Fig. 5 Transfer function  $H_{14}$  ( $\omega=1000\text{rpm}$ )

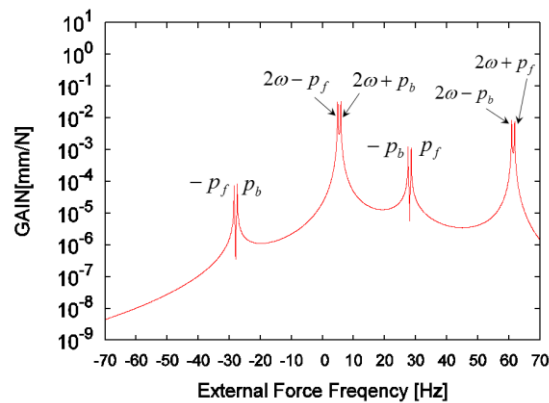


Fig. 6 Transfer function  $H_{15}$  ( $\omega=1000\text{rpm}$ )

Fig. 2～Fig. 6は、横軸をふれまわり加振周波数 (-70[Hz]から 70[Hz]の範囲) に取り、縦軸を伝達関数  $H_{11}$ ,  $H_{12}$ ,  $H_{13}$ ,  $H_{14}$ ,  $H_{15}$  の周波数応答のゲインを対数目盛で取ったものである。Fig. 2～Fig. 6より、伝達関数は  $H_{11}$ ,  $H_{12}$ ,  $H_{13}$ ,  $H_{14}$ ,  $H_{15}$  の順にゲインが小さくなっており、より高次の派生項になるほど影響の度合いが小さくなっていることが読み取れる。

伝達関数  $H_{11}$  (Fig. 2), 伝達関数  $H_{12}$  (Fig. 3) の周波数応答では,  $p_f$ ,  $p_b$ ,  $-p_f$ ,  $-p_b$  成分のみ観察されるが, 伝達関数  $H_{13}$  (Fig. 4), 伝達関数  $H_{14}$  (Fig. 5), 伝達関数  $H_{15}$  (Fig.

6) の周波数応答ではクラックの影響、クラックと軸受剛性の異方性との相互作用の影響によって、多くの周波数成分が観察される。したがって、伝達関数  $H_{13}$  (Fig. 4), 伝達関数  $H_{14}$  (Fig. 5), 伝達関数  $H_{15}$  (Fig. 6) の周波数応答の中で、もっとも計測しやすい伝達関数  $H_{13}$  に着目することによって、オープンクラックを検知することが可能であると期待できる。

今後の研究の展望として、実験においても本手法を用いることでクラック検知への有効性を示すことを予定している。

#### 4 本研究が実社会にどう活かされるかー展望

回転軸はタービン、発電機、各種工作機械など広範囲にわたって用いられる重要な機械要素である。回転機械にクラック（亀裂）が発生すると、最初のごく小さいものでも疲労により徐々に進行し、発見が遅ければ軸は破断し重大な事故につながる可能性がある。長期間運転する回転機械では、疲労によるクラック発生は宿命である。

力学・振動学的観点に基づいたクラックを含む回転軸系の係数励振モデルを元に計算が容易な伝達関数モデルを構築し、これを元にしたしきい値設定することでオンラインクラック検知の有効な手法になる。そこで本申請事業は、オープンクラックと支持剛性の異方性の相互作用を考慮したロータ系の伝達関数を導出した。

本申請事業を進めることで、産業界で広く使用される回転機械においてオンラインクラック検知が可能となり、メンテナンスの自動化が期待できる。さらに、これによりメンテナンスコストを低下させることが期待できる。

#### 5 教歴・研究歴の流れにおける今回研究の位置づけ

本研究事業者は鉄道車両の脱線検知や故障検知など機械システムの異常検知の研究を一つの研究領域として行ってきた。その中で本研究は回転機械のクラック検知というテーマで、従来扱ってこなかった回転機械を扱ったことで研究領域を広げることができた。また、本研究テーマを修士課程の学生の研究テーマと結びつけることができたことで、学生の研究テーマとしても貴重な結果を得ることができた。

#### 6 本研究にかかわる知財・発表論文等

##### 【学会発表】

安藝雅彦, 牛憶恂, 井上剛志, 高木賢太郎, 中本謙太, 支持剛性に異方性を有するオープンクラックロータの周波数伝達関数（低次元モデルを用いた検討とスイープ加振による検証）, 計測自動制御学会 第16回システムインテグレーション部門講演会(SI2015), 2015年12月16日発表, 名古屋国際会議場

(<http://www.mech.cst.nihon-u.ac.jp/studies/horiuchi/pdfs/SI2015.pdf>)

#### 7 補助事業に係る成果物

(1) 補助事業により作成したもの

回転軸系のオンラインクラック検知のための伝達関数表現の構築研究報告書

(<http://www.mech.cst.nihon-u.ac.jp/studies/horiuchi/pdfs/H27crack.pdf>)

平成 27 年度  
回転軸系のオンラインクラック検知のための  
伝達関数表現の構築  
研究報告書

名古屋大学大学院工学研究科機械理工学専攻  
安藝雅彦  
牛億恂  
井上剛志  
高木賢太郎

目次	
1. 概要	3
2. 運動方程式	5
3. 発生する振動成分	7
4. 固有振動数の解析	9
5. 周波数伝達関数の構築	12
5-2 各角振動数のふれまわり加振力に対する運動方程式	12
5-2-1 角振動数 $\Omega$ の加振力に関する式	12
5-2-2 角振動数 $-\Omega$ の加振力に関する式	13
5-2-3 角振動数 $2\alpha+\Omega$ の加振力に関する式	13
5-2-4 角振動数 $2\alpha-\Omega$ の加振力に関する式	13
5-2-5 角振動数 $-2\alpha+\Omega$ の加振力に関する式	14
5-3 伝達関数の導出	14
6. 伝達関数を用いた周波数応答の計算	17
6-1 単方向的支持特性を有する正定軸の場合	17
6-2 支持剛性に風力性を有する正定軸の場合	17
6-3 剛性に単方向性を有する軸受に支持されたクラック軸の場合	18
6-4 剛性に風力性を有する軸受に支持されたクラック軸の場合	19
7. 伝達関数の精度検証	22
7-1 伝達関数とシミュレーションから得られた周波数応答の比較	22
7-2 クラック深さの影響 ( $\Delta k_c = 0.5 \times 10^7$ とした場合)	22
8. 結語	24
文献	25

1

2

## 8 事業内容についての問い合わせ先

所属機関名： 日本大学 理工学部 機械工学科 堀内・安藝研究室 (ニホンダイガク リ  
コウガクブ キカイコウガクカ ホリウチ・アキケンキュウシツ)

住 所： 〒101-8308 (半角)

東京都千代田区神田駿河台1-8-14

申 請 者： 助教 安藝雅彦 (アキマサヒコ)

担 当 部 署： 堀内・安藝研究室 (ホリウチ・アキケンキュウシツ)

E-mail : aki@mech.cst.nihon-u.ac.jp

U R L : <http://www.mech.cst.nihon-u.ac.jp/studies/horiuchi/>